**Элективный курс: «Алгебра и геометрия при подготовке к межвузовским олимпиадам по математике».**

(подготовлено на основе: 1. Г.И. Фалин «Алгебра на вступительных экзаменах по математике в МГУ» - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.

2. И.Н. Сергеев «Математика. Задачи с ответами и решениями»: Пособия для поступающих в вузы – М.: КДУ, 2005).

**Пояснительная записка.**

Целью профильного обучения как одного из направлений модернизации математического образования является обеспечение углубленного изучения предмета и подготовка учащихся к продолжению образования.

В данном курсе основная идея, на которой базируется расположение материала, состоит в том, что подготовка к межвузовской олимпиаде должна происходить как бы по спирали. Пройдя очередной виток такой спирали, учащийся школы оказывается на более высоком уровне подготовки. При этом после прохождения каждого, в том числе и начального, витка он в той или иной степени уже готов к экзамену, причем по всем разделам программы: это особенно важно в случае проведение досрочных вступительных испытаний.

В стандартных пособиях для поступающих в ВУЗы разные разделы математики проходятся последовательно в более или менее общепринятом порядке, в результате чего абитуриент, основательно изучив и отработав одни темы, не успевает порой познакомиться с другими, не менее важными, но стоящими в конце списка (обычно такая роль отводится геометрии, до которой, как правило, так дело и не доходит). Этого недостатка прежде всего лишены предлагаемые сборники.

Работая с ними, учитель знакомит учащихся со всеми типами заданий, со всеми идеями и методами их решений, которые реально встречаются на письменных олимпиадах, но не рассматриваются при подготовке к ЕГЭ. Здесь нет искусственных задач, никогда не предлагавшихся абитуриентам и придуманных исключительно для демонстрации каких – либо специальных трюков.

В основу сборников легли задачи вступительных экзаменов, проводившихся начиная с 1977 г. на различных факультетах МГУ им. М.В. Ломоносова. Они представляют собой результаты коллективного труда математиков механико-математического факультета, факультета вычислительной математики и кибернетики, а также физического факультета МГУ.

В сборники вошли практически все наиболее ценные, содержательные и поучительные, по мнению автора, задачи, проверяющие не только подготовку абитуриента, но и его умение мыслить в нестандартной математической ситуации. Тексты многих задач сознательно изменены как для унификации их формулировок, так и для усиления их методического воздействия.

Таким образом, учащимся предложено не слишком изнурительная подборка разнообразных задач, в которой каждая следующая задача развивает предыдущую и заставляет вспомнить кое-что из ранее пройденного материала.

В современных условиях, когда зачисление абитуриента в вуз зависит не только от результатов ЕГЭ , но и от результатов его участия в региональных межвузовских олимпиадах, повторение, организованное на основе проверенных временем учебных пособиях, может дать высокие результаты.

**Цель курса:**

* повторить основные теоретические сведения соответствующих программ средней образовательной школы;
* ключевые методы решения стандартных задач выпускных и вступительных экзаменов по математике;
* привести примеры решения конкретных задач;
* разбор характерных ошибок учащихся;
* рассмотреть методы решения задач повышенной трудности;
* развивать исследовательскую и познавательную деятельность учащихся;
* обеспечение условий для самостоятельной творческой работы.

**В результате изучения курса учащийся должен:**

* усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств, систем уравнений;
* овладеть приемами решения задач повышенной трудности;
* овладеть исследовательской деятельностью.

### Структура курса планирования учебного материала.

**Темы:**

1. Фундаментальные задачи -9 часов.
   1. Первичные понятия, факты, факты, приемы -5 часов.
   2. Квадратные уравнения и неравенства- 4 часа.
2. Генеральные методы решения задач –18 часов.
   1. Метод преобразования – 5 часов.
   2. Метод равносильных преобразований – 4 часа.
   3. Метод обозначений – 4 часа.
   4. Метод следствий – 5 часов.
3. Решение вариантов заданий – 5 часов.
4. Итоговая контрольная работа – 2 часа.

### Краткое содержание курса:

# Фундаментальные задачи.

## Первичные понятия, факты, приемы.

Элементарные сведения. Задачи на вычисление значений. Модуль и знак числа, допустимые значения. Отбрасывание оснований степени. Понятие логарифма.

Тригонометрия. Вычисление тригонометрических выражений. простейшие уравнения. Формулы двойного и половинного угла. Формулы тригонометрии. Отбрасывание тригонометрических функций. Введение вспомогательного угла.

Логарифмы. Вычисление логарифмов. Отбрасывание логарифмов. Особенности применения формул. Случаи переменного основания.

Системы и текстовые задачи. Системы. Прогрессии. Пропорции, доли, проценты и концентрации. Движение и работа.

Геометрия. Простейшие задачи. Применение тригонометрии. Касательные, секущие и хорды. Дуги окружности и углы. Медианы, высоты и биссектрисы. Стереометрия. Координаты и векторы.

## Квадратные уравнения и неравенства.

Квадратный трехчлен. Дискриминант и формула корней. Разложение на линейные множители. Теорема Виета и обратная к ней.

Уравнения и неравенства, квадратные относительно различных выражений. Биквадратные уравнения и неравенства. Уравнения и неравенства, квадратные относительно *ах*. Уравнения и неравенства, квадратные относительно *logax*. Уравнения, квадратные относительно *sinx* или *cosx.*

Дополнительные соображения. Учет области допустимых значений. Комбинация различных функций. Оптимальный выбор новой переменной. Роль грубых оценок. Учет области значений выражений.

Простейшие приложения. Системы, сводящиеся к квадратным уравнениям. Квадратные уравнения и неравенства в текстовых задачах. Использование квадратных уравнений в геометрии.

# Генеральные методы решения задач.

## Метод перебора.

Расщепление уравнений и неравенств. Расщепление уравнений. Метод интервалов. Расщепление неравенств. Разные задачи, связанные с расщеплением.

Перебор случаев. Раскрытие модулей и метод интервалов. Исследование основания логарифма или степени. Зависимость от параметра. Перебор вариантов в текстовых задач. Целочисленный перебор.

Развитие метода интервалов. Обобщенный метод интервалов. Метод областей.

Разложение на множители. Разложение с помощью формул тригонометрии. Дублирование корней в ответе. Использование однородности. Разные методы разложения на множители. Уравнения третьей и четвертой степени.

Возведение уравнений и неравенств в квадрат. Иррациональные уравнения. Иррациональные неравенства. Разные задачи на возведение в степень.

Тригонометрические уравнения, неравенства, системы. Выбор корней из данного промежутка. Учет тригонометрических неравенств. Трудности при отборе корней.

Перебор случаев в геометрии. Обоснование геометрической конфигурации. Перебор вариантов расположения. Неоднозначность в ответе.

## Метод равносильных преобразований.

Сравнение чисел и выражений. Задачи на сравнение. Сравнение чисел в процессе решения. Оценка в геометрии. Цепочки неравенств.

Некоторые особенности преобразований. Изменение области допустимых значений. Случаи неодинаковых оснований. Специальные действия с радикалами.

Различные системы и совокупности. Метод подстановки. Метод сложения. Системы в текстовых задачах. Необычные равносильные преобразования. Различные способы избавления от модулей.

Область значений и экстремумы функции. Исследование функций без производной. Условные экстремумы. Исследование области значений в процессе решения. Экстремальные ситуации в уравнениях и неравенствах. Исследование геометрических величин и параметров. Геометрические преобразования.

## Метод обозначений.

Замена переменных. Избавление от радикалов с помощью обозначений. Выявление устойчивых выражений. Тригонометрические замены и подстановки. Учет делимости посредством подстановки. Обозначения и переобозначения в текстовых задачах.

Переменные, параметры, функции. Привлечение функций. Изменение роли букв, входящих в условие. Введение дополнительных переменных.

Переменные в геометрии. Обозначения для длин и углов. Метод координат. Задачи с возможным участие векторов.

Графические иллюстрации. Числовая прямая. Исследование графиков. Упрощение выкладок с помощью свойств параболы. Числовая окружность.

Зависимость графиков от параметра. Сечения графиков. Взаимное расположение графиков. Использование параметра в качестве одной из координат. Задачи на расположение парабол.

Привлечение геометрии. Геометрический смысл модуля. Эффект от геометрической интерпретации. Применение геометрии в текстовых задачах.

Дополнительные построения в геометрии. Стандартные построения. Сравнение площадей и объемов частей фигуры. Разные задачи, использующие дополнительные построения.

## Метод следствий.

Основные типы следствий. Следствие, заложенное в постановке задачи. Метод проверки. Метод подбора.

Получение и применение оценок. Выводы на области допустимых значений. Разные задачи, использующие оценки.

Специфика геометрии. Получение различных следствий. Угадывание особенностей конфигурации. Метод подбора в геометрии.

Элементы логики. Приведение к противоречию. Переход от общего к частному. Следствия, связанные с количеством решений. Различные логические связи между утверждениями.

Задачи с целыми числами. Оценки целочисленных переменных. Использование делимости. Экстремальные целочисленные задачи.

Проекции и сечения. Проектирование на прямую. Проектирование на плоскость. Сечение фигур плоскостями.

**Планирование**

(34 часа)

|  |  |
| --- | --- |
| *№ урока* | *Тема* |
| 1. | Элементарные сведения. |
| 2. | Тригонометрия. |
| 3. | Логарифмы. |
| 4. | Системы и текстовые задачи. |
| 5. | Геометрия. |
| 6. | Квадратный трехчлен. |
| 7. | Уравнения и неравенства, квадратные относительно различных выражений. |
| 8. | Дополнительные соображения: учет ОДЗ; ОЗВ; комбинации различных функций. Роль групповых ошибок. |
| 9. | Простейшие приложения. |
| 10. | Расщепление уравнений и неравенств. |
| 11. | Перебор случаев. Развитие метода интервалов. |
| 12. | Разложение на множители. Возведение уравнений и неравенств в квадрат. |
| 13. | Тригонометрические уравнения, неравенства, системы уравнений. |
| 14. | Перебор случаев в геометрии. |
| 15. | Сравнение чисел и выражений. Некоторые особенности преобразований. |
| 16. | Различные системы и совокупности. |
| 17. | Область значений и экстремумы. Экстремальные ситуации в уравнениях и неравенствах. |
| 18. | Геометрические вопросы. |
| 19. | Замена переменных. Переменные параметры, функции. |
| 20. | Переменные в геометрии. |
| 21-22. | Графические иллюстрации. Зависимость графиков от параметра. Привлечение геометрии. |
| 23. | Дополнительные построения в геометрии. |
| 24. | Основные типы следствий. |
| 25. | Получение и применение оценок. |
| 26. | Специфика геометрии. |
| 27. | Задачи с целыми числами. |
| 28-32. | Решение вариантов заданий. |
| 33-34. | Итоговая контрольная работа. |

**Заключение.**

Введение элективного курса «Алгебра и геометрия при подготовке к межвузовским олимпиадам по математике» необходимо учащимся в наше время, как при подготовке к ЕГЭ, так и к межвузовским олимпиадам. Владение приемами решения задач с параметрам можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

Решение задач, уравнений с параметрами, открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применяемых в исследованиях и на любом другом математическом материале. Именно такие задачи играют большую роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников, Поэтому учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, успешно справляются с другими задачами.

**Список литературы.**

1. Г.И. Фалин «Алгебра на вступительных экзаменах по математике в МГУ» - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.

2. И.Н. Сергеев «Математика. Задачи с ответами и решениями»: Пособия для поступающих в вузы – М.: КДУ, 2005.

3. О.Ю.Черкасов, А.Г.Якушев Математика. Справочник для старшеклассников и поступающих в вузы. – М.: «АСТ-Пресс», 2006

4. «Математика. Варианты заданий, предлагавшихся при поступлении в МГСУ в 2005 году с ответами и решениями» - Москва, 2005.

5.А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонский, М.С.Якир «Алгебраический тренажер» - Илекса, 2005.

6.М.И.Сканави и др. «Сборник задач по математике для поступающих в вузы» - Каннон, 1997.

7.В.В.Вавилов «Задачи по математике. Уравнения и неравенства.» - Наука, 1998.

8.В.В.Ткачук «Математика – абитуриенту» -МЦНМО, 2008.

9.М.К.Потапов, С.Н.Олейник, Ю.В.Нестеренко «Конкурсные работы по математике» - ФИЗМАТЛИТ, 2001.

10.Ф.Ф.Лысенко, С.Ю.Калабухова «Математика. Подготовка к ЕГЭ-2015» Книги 1 и 2 – Легион,2014.

|  |
| --- |
|  |
| **Алгебра и геометрия при подготовке к межвузовским олимпиадам по математике .** |
| Элективный курс  для 11 физико-математического класса.  (1 час в неделю, всего 34 часа в год) |
|  |

**Учитель**

**СОШ № 1905 ЮВАО**

**НИКИТИЧ Т.Н.**

**2014/205 учебный год.**